◆平均値◆

平均値について簡単に説明します. 一口に平均値にもさまざまなものがあります.
代表的なものとしては,

- 算術平均 (arithmetical mean)
- 幾何（相乗）平均 (geometric mean)
- 調和平均 (harmony mean)
- 調整平均 (trimmed mean)

といった平均値が挙げられます.
算術平均という量が最もなじみ深い平均値で, 通常平均値といった場合, この算術平均を指します.

◆算術平均◆

スカラー量 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ における算術平均値 $\overline{X}$ は, 以下の式で与えられます.

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

標本平均（サンプリングした標本における平均値）も, この算術平均によって定義されています.

◆幾何（相乗）平均◆

算術平均は全体の和を考えた後で, データの数で割り算を行った量でしたが, こちらは全体の積（掛け算）を取ったあとで, データの数の根を取ることにより定義される量となっています.
幾何平均 X_G は, 以下の定義式で与えられます.

$$X_G = \sqrt[n]{x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n} \tag{2}$$

幾何平均がどのような場合に用いられるかを, 簡単な例を通して見てみましょう.
例．東京都心の 3 区の商業地の地価が, 1990 年から 1993 年の 3 年間で,

- 1991 年：21.8%
- 1992 年：13.5%
- 1993 年：2.47%

上昇したとします. この間の年平均上昇率は, 幾何平均を用いて,

$$\sqrt[3]{21.8 \cdot 13.5 \cdot 2.47}$$

と計算する必要があります.
これを仮に算術平均を用いて,

$$\frac{21.8 + 13.5 + 2.47}{3}$$

と計算してしまうと, 意味のない答えとなってしまいます.

なお, 算術平均との間には, 以下に述べる不等式（相加・相乗の関係）が成立します.

$$(\overline{X} =)\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \cdots * x_n}(= X_G)$$

◆調和平均◆

調和平均 X_G は以下の式により定義されます.

$$\frac{1}{X_H} = \frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right) \tag{3}$$

この量の使われ方としては, たとえば以下の例が考えられます.
例. ある路線バスが行きは時速 30km, 帰りは時速 20km で往復したとします.
この場合の平均時速 v を, 単に算術平均をとって,

$$v = \frac{30 + 20}{2} = 25km/h$$

としてしまうと, これは間違いです.
正しい答えは, 距離を d としたときに,

$$v = \frac{2d}{\frac{d}{20} + \frac{d}{30}} = 24km/h$$

となります. このように, 調和平均で考える必要があります.

◆調整平均◆

調整平均値は, 上記した 3 つの平均値に比べると, 使われるケースの少ない平均値です.
分布の両端から一定数の値を除いた上で求める平均値をさしますが,
今回はこの中でも特別なケースとして, 25% 調整平均値（中央平均ともよばれます）を導出しています.
この場合の調整平均値は以下の式により定義されます.

$$\frac{Q_1 + 2 * Q_2 + Q_3}{4}$$

ここで,

- Q_1 : 第一分位点
- Q_2 : 第二分位点（メディアン）

- Q_3：第三分位点

という量を意味します．詳しくは,

- 分位点
- メディアン

の資料をご参照いただければとおもいます.

参考文献

[1] 東京大学教養学部統計学教室 編,『基礎統計学☒ 統計学入門』，東京大学出版会，1991 年.
[2] Graham Upton, Ian Cook,『A Dictionary of Statistics』，Oxford Univ Pr (T), 2008 年